

AMOSTRA GRÁTIS

MAPAS MENTAIS

# MATEMÁTICA

ENSINO MÉDIO



# ATENÇÃO!

Essa é apenas uma amostra para você se familiarizar com nosso material.

NOSSO MATERIAL CONTÉM **150 PÁGINAS** DE MAPAS MENTAIS DE **MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO**



# CONHEÇA OS CONTEÚDOS

Transformações e Conversões de Unidades  
Análise Combinatória (Princípio da Contagem,  
Arranjos, Permutações e Combinações)  
Probabilidade  
Matrizes e Determinantes  
Potenciação e Produtos Notáveis  
Fatoração Algébrica  
Truques e Dicas para Concursos  
Múltiplos, Divisores e Números Primos  
Frações e Porcentagens  
Geometria Plana (Fórmulas e Cálculos de Área)

Porcentagem: Cálculo, Aumento e Desconto  
Razão, Proporção e Grandezas  
Regra de Três Simples e Composta  
Calendário e Noções de Tempo  
Função Polinomial do 1º Grau  
Função Polinomial do 2º Grau  
Conjuntos: Representações, Subconjuntos e Operações  
Conjuntos Numéricos  
Progressão Aritmética (PA)  
Progressão Geométrica (PG)  
Juros Simples e Compostos  
Proposições e Lógica Matemática  
Números Primos, Múltiplos e Divisores  
MMC, MDC e Fatoração  
Porcentagem em Situações Reais  
Figuras Planas e Cálculo de Área

## Conversão de Unidades de Medida

### Exercício resolvido:

Avança SP - 2022 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP -  
Agente de Trânsito)

A distância entre a rodoviária de uma cidade, até o hospital, na mesma, é de 5,6 Km. Caso uma pessoa ande esse percurso, ela terá andando quantos metros, no total:

a) 0,56

b) 5,6

c) 56

d) 560

d) 5600

### Resolução

Devemos converter de km para metros!  
Precisamos de apenas uma parte da tabela:

	x10	x10	x10
	↘	↘	↘
<b>Quilômetro</b>	<b>Hectômetro</b>	<b>Decâmetro</b>	<b>Metro</b>
<b>km</b>	<b>hm</b>	<b>dam</b>	<b>m</b>
1000 m	100 m	10 m	1 m

De quilômetro para metros, efetuamos 3 conversões para a direita, logo, deveremos multiplicar por 10 três vezes, ou  $10^3 = 1000$ :  
 $5,6 \text{ km} = 5,6 \times 10 \times 10 \times 10 \text{ metros} = 5600 \text{ metros}$ .

Gabarito: Letra d



O princípio fundamental da contagem pode ser usado na maioria dos problemas relacionados com contagem. Entretanto, em algumas situações seu uso torna a resolução muito trabalhosa.

### O que é?

As permutações são agrupamentos ordenados, onde o número de elementos ( $n$ ) do agrupamento é igual ao número de elementos disponíveis. (um caso especial de arranjo)

Desta maneira, o denominador na fórmula do arranjo é igual a 1 na permutação. Assim a permutação é expressa pela fórmula:

$$P_n = n!$$

### Fatorial

O fatorial de um número natural é definido como o produto deste número por todos os seus antecessores. Utilizamos o símbolo para indicar o fatorial de um número.

$$\text{EXEMPLO: } 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

### Permutação

### Exemplo:

De quantas maneiras diferentes 6 pessoas podem se sentar em um banco com 6 lugares. Como a ordem em que irão se sentar é importante e o número de lugares é igual ao número de pessoas, iremos usar a permutação:



### Resolução:

$$P = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

**Resposta: 720 maneiras diferentes**

## Exemplo:

Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número nas seguintes condições:

- a) par
- b) primo

## Experimento Aleatório

Um experimento aleatório é aquele que não é possível conhecer qual resultado será encontrado antes de realizá-lo. Os acontecimentos deste tipo quando repetidos nas mesmas condições, podem dar resultados diferentes e essa inconstância é atribuída ao acaso.

Um exemplo é o ato de jogar um dado não viciado para cima, podemos calcular as chances que cada face tem de ficar voltada para cima, mas não podemos dizer qual será, sem a ação acontecer. 

## Probabilidade

## Resolução:

Considerando o espaço amostral: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15) pois é o total de bolas.

a) No espaço amostral de 15 números, temos 7 números pares. OU SEJA:

$$P = 7/15 = 0,466 = 46,6\%$$

b) Temos 6 números primos dentre o espaço amostral de 15 números. OU SEJA:

$$P = 6/15 = 0,4 = 40\%$$

## Fórmula

Em um fenômeno aleatório, as possibilidades de ocorrência de um evento são igualmente prováveis. Sendo assim:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

## Matriz identidade

A matriz identidade é sempre do tipo quadrada e também é aquela em que a diagonal principal é toda formada por elementos que valem 1. Os demais números são sempre nulos 0. É representada por  $I$ .

Exemplo:

$$A_{(2 \times 2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Diagonal secundária  
Diagonal principal

## Matriz identidade - Propriedade

A matriz identidade é o elemento neutro da multiplicação, ou seja, qualquer matriz multiplicada pela identidade resulta na inicial:

$$A \cdot I = A.$$

## Matriz transposta

$A^t$  é a transposta de  $A$ .

A Transposta é obtida quando fazemos uma troca ordenada, transportando os elementos das linhas de  $A$  para as colunas da transposta  $A^t$ .

Exemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

## Tipos de matrizes

## Matriz transposta - Propriedades

- $(A^t)^t = A$ : essa propriedade indica que a transposta de uma transposta é a original.
- $(A + B)^t = A^t + B^t$ : a transposta da soma duas matrizes é igual a soma da transposta de cada uma delas.
- $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ : a transposta da multiplicação de duas matrizes é igual ao produto das transpostas de cada uma delas, em ordem inversa.
- $\det(A) = \det(A^t)$ : o determinante da transposta é igual ao determinante da original.

## Matriz simétrica

Uma matriz é chamada de simétrica quando fazemos a sua transposta e o resultado é igual à matriz original.

Exemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

## Matriz simétrica

A igualdade  $a_{ij} = a_{ji}$  é verdadeira se compararmos qualquer elemento das matrizes  $A$  e  $A^t$ , pois  $A = A^t$ .  
Apenas matrizes quadradas podem ser simétricas.

## Matriz oposta

A matriz oposta é aquela que obtemos ao trocar os sinais dos elementos de uma matriz inicial.

Exemplo:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$-A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 5 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$$

A soma de uma matriz com a sua oposta resulta em uma matriz nula.

## Tipos de matrizes

## Matriz inversa

A matriz inversa de  $A$  é representada por  $A^{-1}$

Só podemos falar em matrizes inversas quando estamos analisando 2 matrizes quadradas de mesma ordem ( $A$  e  $A^{-1}$ ). Quando as multiplicamos, gera uma matriz identidade:  $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = I$

## Matriz inversa - propriedades

Existe somente uma inversa para cada matriz

Nem todas as matrizes possuem uma inversa. Só terá quando os produtos de matrizes quadradas resultam na identidade ( $I$ )

A matriz inversa de uma inversa corresponde à própria matriz:  $A = (A^{-1})^{-1}$

A matriz inversa de uma transposta corresponde à transposta da inversa:  $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

A matriz inversa de uma matriz identidade é igual à matriz identidade:  $I^{-1} = I$

#### 4 - Cubo da soma de dois termos

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 = \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

#### Cubo da soma...

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

O cubo da soma de dois termos é dado pelo cubo do primeiro, mais três vezes o quadrado do primeiro termo vezes segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo, mais o cubo do segundo termo.

#### Exemplo 3

$$\begin{aligned}(2 + a)^3 &= \\ &= 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot a + 3 \cdot 2 \cdot a^2 + a^3 = \\ &= 8 + 12a + 6a^2 + a^3\end{aligned}$$

#### Produtos notáveis

#### Exemplo 1

$$\begin{aligned}(3x + y)^3 &= \\ &= (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot y + 3 \cdot (3x) \cdot y^2 + y^3 = \\ &= 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3\end{aligned}$$

#### Exemplo 2

$$\begin{aligned}(5a + 2bc)^3 &= \\ &= (5a)^3 + 3 \cdot (5a)^2 \cdot 2bc + 3 \cdot 5a \cdot (2bc)^2 + (2bc)^3 = \\ &= 125a^3 + 150a^2bc + 60ab^2c^2 + 8b^3c^3\end{aligned}$$

## Produto Notável

### Exercício resolvido:

Realizando a simplificação da expressão algébrica a seguir, encontraremos:

$$\frac{(2x - 10)(2x + 10)}{x^2 - 25}$$

a) 1

b) 2

c) 4

d) 5

Gabarito: Letra c

### Resolução

Ao observarmos o numerador notamos um produto notável da soma pela diferença. sendo assim podemos começar resolvendo ele fazendo:

$$\frac{(2x - 10)(2x + 10)}{x^2 - 25}$$
$$\frac{4x^2 - 100}{x^2 - 25}$$

Colocando o número 4 em evidencia no numerador por ser conveniente, temos:

$$\frac{4(x^2 - 25)}{x^2 - 25}$$

Logo, podemos simplificar pois temos o termo  $(x^2 - 25)$  dividido por ele mesmo, ou seja:

$$\frac{4\cancel{(x^2 - 25)}}{\cancel{x^2 - 25}} = 4 \cdot 1 = 4$$



## Produto Notável

Exercício resolvido:

(UFRGS 2016) Se  $x + y = 13$  e  $x \cdot y = 1$ , então,  $x^2 + y^2$  é:

a) 166

b) 167

c) 168

d) 169

### Resolução

Calculando o quadrado da soma, temos que:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Sabemos que  $x + y = 13$  e que  $xy = 1$ , ou seja:

$$(13)^2 = x^2 + 2 \cdot 1 + y^2$$

$$169 = x^2 + 2 + y^2$$

$$169 - 2 = x^2 + y^2$$

$$167 = x^2 + y^2$$

Logo, a soma  $x^2 + y^2$  é igual a 167, alternativa b

Gabarito: Letra b



## Fatoração de expressões algébricas

### Expressões algébricas

Expressões algébricas são representação de operações básicas da Matemática, ou seja, adição, subtração, multiplicação e divisão, realizadas com termos algébricos, isto é, letras.

### Fatoração

Fatorar uma expressão algébrica significa escrevê-la na forma de um produto de expressões mais simples.

### 1º caso: Fator comum

Todos os monômios da expressão algébrica devem ter pelo menos algum termo em comum. A fatoração é feita colocando o termo comum em evidência,

### Fator comum - Exemplo: Fatorar $(3a - ab)$

$(3a - ab)$  --> Essa expressão tem dois monômios  $3a$  e  $ab$ .

$a$  é o termo semelhante. Então, colocamos esse termo comum em evidência.

Quando colocamos  $a$  em evidência devemos dividir  $3a$  e  $ab$  (os monômios) por  $a$  (termo comum), assim:

$3a : a = 3$ , pois  $a : a = 1$ , então ficaria  $3 \times 1$  que é o mesmo que  $3$ .

$ab : a = b$ , pois  $a : a = 1$ , então ficaria  $1 \times b$  que é o mesmo que  $b$ .

Portanto,  $(3a - ab) = a(3 - b)$

## Frações equivalentes

Para encontrar frações equivalentes podemos dividir ou multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo valor, desde que ele seja diferente de zero.

### Frações irredutíveis

Ao dividir numerador e denominador de uma fração por um mesmo número, estamos simplificando ela.

Quando não é mais possível simplificar uma fração, ela é chamada de irredutível. No exemplo abaixo, a primeira fração é a forma irredutível da segunda.

Exemplo:  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{6}{16}$

## FRAÇÕES

### Frações equivalentes

Observe nas frações abaixo que, da primeira para a segunda, numerador e denominador foram multiplicados por 2.

Exemplo:  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{6}{16}$

### Fração e número decimal

As frações próprias pode ser transformadas em números decimais, ao dividir o numerador pelo denominador.

Exemplo:  $\frac{3}{8} = 0,375$

### Adição com denominadores iguais

Na adição de duas ou mais frações com denominadores iguais, repete o denominador e soma os numeradores.

Exemplo:  $\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$

### Subtração com denominadores iguais

Na subtração de duas ou mais frações com denominadores iguais, repete o denominador e subtrai os numeradores.

Exemplo:  $\frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

### Multiplicação

Na multiplicação de duas ou mais frações, multiplica numerador com numerador e denominador com denominador.

Exemplo:  $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{40}$

## Operações com Frações

### Divisão

Na divisão de duas frações, repete a primeira e multiplica pelo inverso da segunda.

Exemplo:  $\frac{3}{8} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{32}$

### Adição com denominadores diferentes - Passo 1

Na adição de duas ou mais frações com denominadores diferentes, encontre o MMC entre os denominadores.

Exemplo:  $\frac{3}{6} + \frac{1}{4}$

O MMC entre 6 e 4 é 12.

### Subtração com denominadores diferentes

Na subtração de frações com denominadores diferentes o procedimento é o mesmo.

### Adição com denominadores diferentes - Passo 2

Transforme os denominadores no próprio MMC, obtendo frações equivalentes. Na primeira fração, multiplique numerador e denominador por 2. Na segunda, multiplique por 3.

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \times 2}{6 \times 2} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

### Adição com denominadores diferentes - Passo 3

Substitua as frações iniciais pelas equivalentes e recairá em um caso de frações com denominadores iguais.

$$\frac{3}{6} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} = \frac{9}{12}$$

## Frações

### Exercício resolvido:

FACAPE - Secretaria de Educação, Cultura e Esportes de Petrolina -  
Professor Substituto do Ensino Fundamental - Ciências - 2023 )

Três turmas do ensino fundamental possuem o seguinte número de alunos: 4º ano, 15 alunos; 5º ano, 18 alunos; 6º ano, 20 alunos. Em uma, dia compareceram à aula apenas um quinto dos alunos do 4º ano, um sexto dos alunos do 5º e metade dos alunos do 6º ano. A quantidade de alunos dessas três turmas que compareceram à aula nesse dia foi:

- a) 13
- b) 15
- c) 18
- d) 16
- e) 12

Gabarito letra D

### Resolução

Um quinto dos alunos do quarto ano corresponde a:

$$\frac{1}{5} \times 15 = 3$$

Um sexto dos alunos do quinto ano corresponde a:

$$\frac{1}{6} \times 18 = 3$$

Metade dos alunos do sexto ano corresponde a 10 alunos.

Logo, compareceram à aula  $10 + 3 + 3 = 16$  alunos

## Frações

### Exercício resolvido:

EPESE - Prefeitura de Pinhalzinho - Professor de Matemática - 2023)

Uma pessoa deixa  $\frac{6}{7}$  de sua herança, que equivale a R\$ 78.000 para caridade. O restante, ela deixa para seus três filhos, de maneira que, do valor destinado aos filhos, o primeiro recebe  $\frac{1}{4}$ , o segundo  $\frac{3}{5}$  e o terceiro, o restante. Desta forma, o valor que o terceiro filho recebeu, em reais, é:

- (A) Maior que 2100.
- (B) Maior que 2075 e menor que 2100.
- (C) Maior que 2025 e menor que 2075.
- (D) Maior que 1975 e menor que 2025.
- (E) Menor que 1975

Gabarito letra E

### Resolução

Seja H a herança.  $\frac{6}{7}$  da herança equivale a 78000, logo:

$$\frac{6}{7} \times H = 78000 \Leftrightarrow 6H = 7 \times 78000 \Leftrightarrow H = (7 \times 78000)/6 = 91000$$

O que significa que o restante é  $91000 - 78000 = 13000$ .

O primeiro recebe  $\frac{1}{4}$  de 13000, ou seja:

$$\frac{1}{4} \times 13000 = 3250$$

O segundo recebe  $\frac{3}{5}$  de 13000, ou seja:

$$\frac{3}{5} \times 13000 = 7800$$

Logo, o terceiro que recebeu o restante, ficou com  $(13000 - 3250 - 7800) = 1950$ , que é menor que 1975.

# Agora que tal adquirir todo material completo com um desconto imperdível?

Clique no botão abaixo para comprar o nosso material completo com 150 páginas de MAPAS MENTAIS de MATEMÁTICA- ENSINO MÉDIO

de ~~R\$ 127~~ por apenas R\$ 27,90

[ADQUIRIR AGORA](#)



Nuvem TEENS © 2025  
Todos os direitos reservados